

時間領域か周波数領域か？

数学的には同等である

TDR：矩形波を印加する（立ち上がり数十ps,  
500kHz）

低周波成分がある

電気化学反応などが進みやすい

ネットワーク測定：

必要な成分の正弦波のみ

反応が進む前に電場が反転するから

反応が進まない。

導電率を持つ試料、電気分解しやすい試料  
の測定は周波数領域の方が有利

## 単一緩和(Debye緩和)からのずれ

液体を測定すると、Debye緩和でスペクトルを再現できないことがある

ex. グリセロール、エチレングリコールなど。

水、エタノール、メタノールは、高周波側で少しだけDebyeからずれる

$$\Phi_P^{or}(t) = \sum_k g_k \exp\left(-\frac{t}{\tau_k}\right)$$

$$\phi_P^{or}(t) = \sum_k \frac{g_k}{\tau_k} \exp\left(-\frac{t}{\tau_k}\right)$$

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_S - \varepsilon_\infty) \sum_k \frac{g_k}{1 + i\omega\tau_k}$$

緩和時間の異なるDebye型緩和にウェイトをつけて足し合わせる

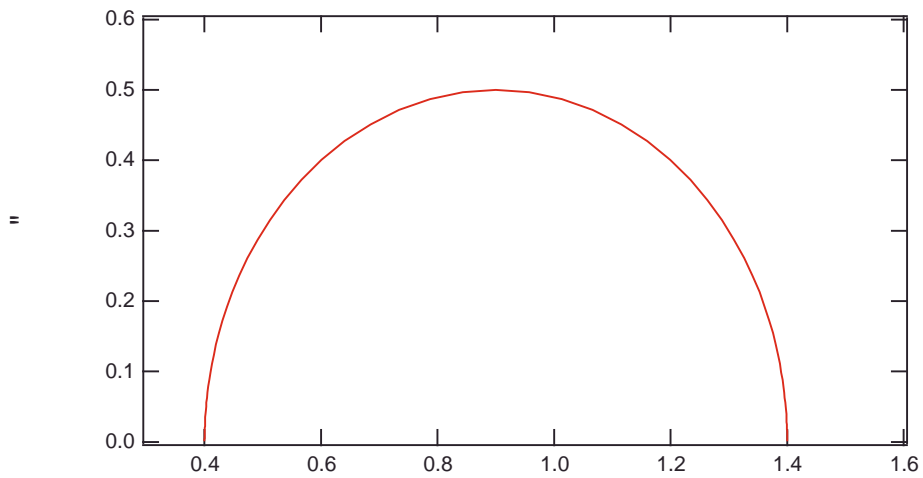
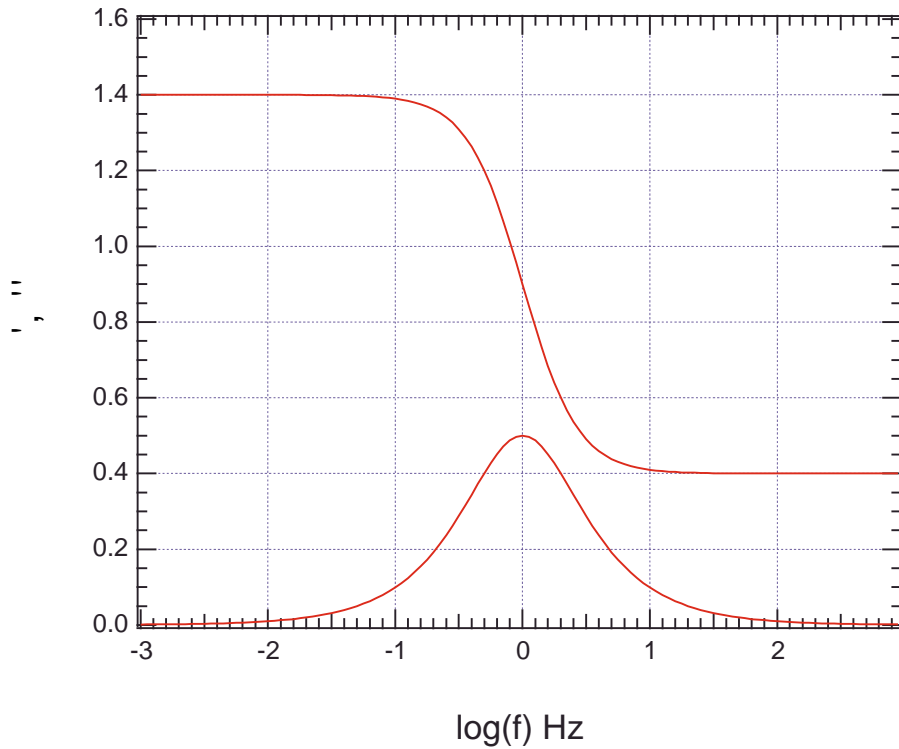
$(g_k, \tau_k)$  個数や値を逆に決めるのは難しい  
特に、緩和時間が相互に近い値の場合が難しい  
(Debye緩和が広がった形に見える)



Debye型緩和を広げた形になる実験式を使う

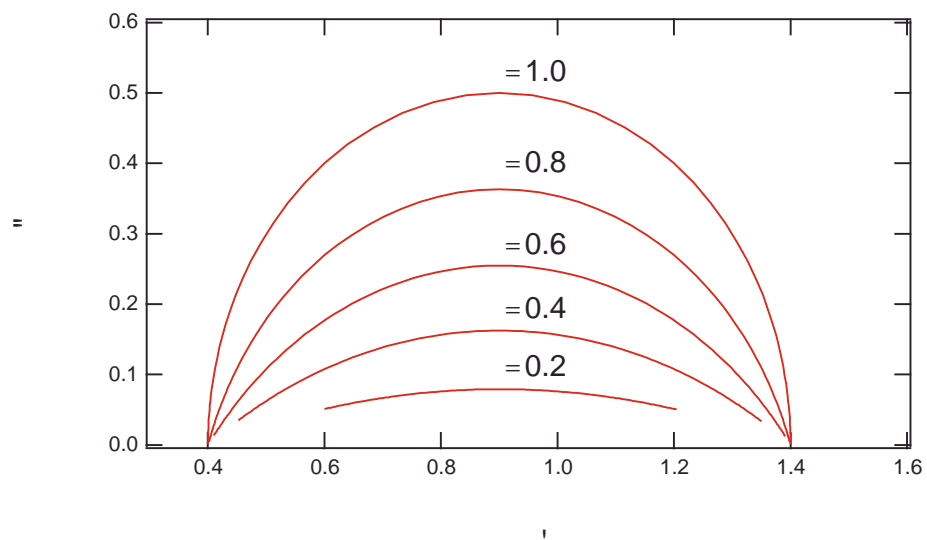
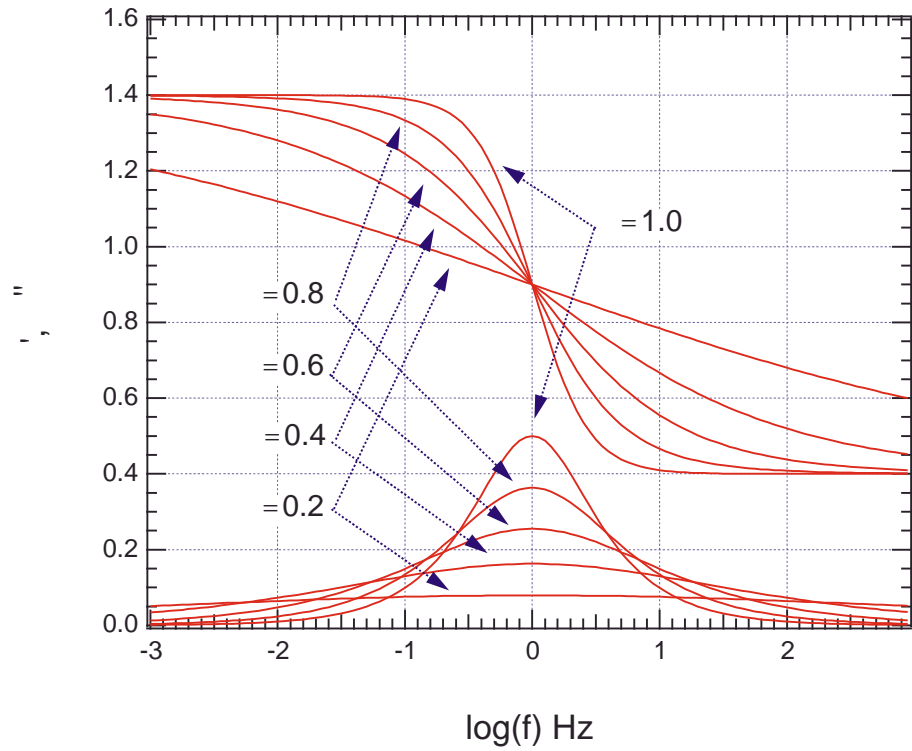
# Debye型緩和

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_S - \varepsilon_\infty}{1 + i\omega\tau}$$



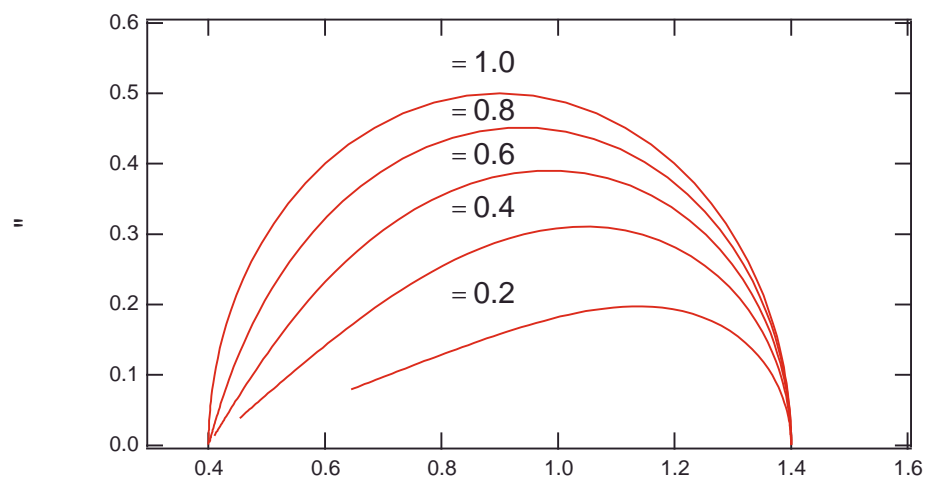
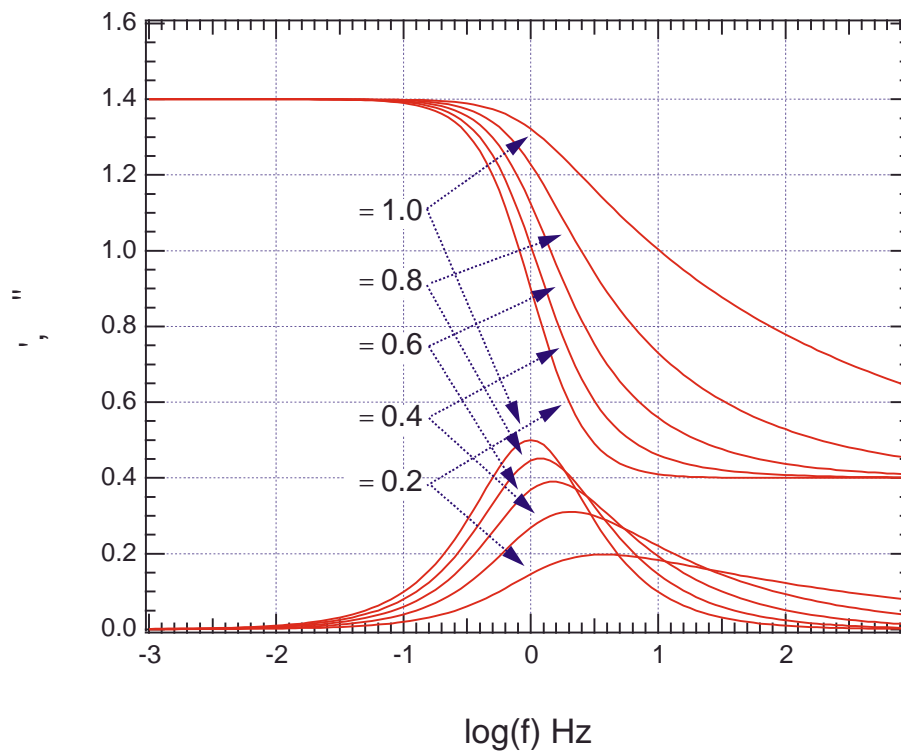
# Cole-Cole型緩和

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_S - \varepsilon_\infty}{1 + (i\omega\tau)^\beta} \quad 0 < \beta \leq 1$$



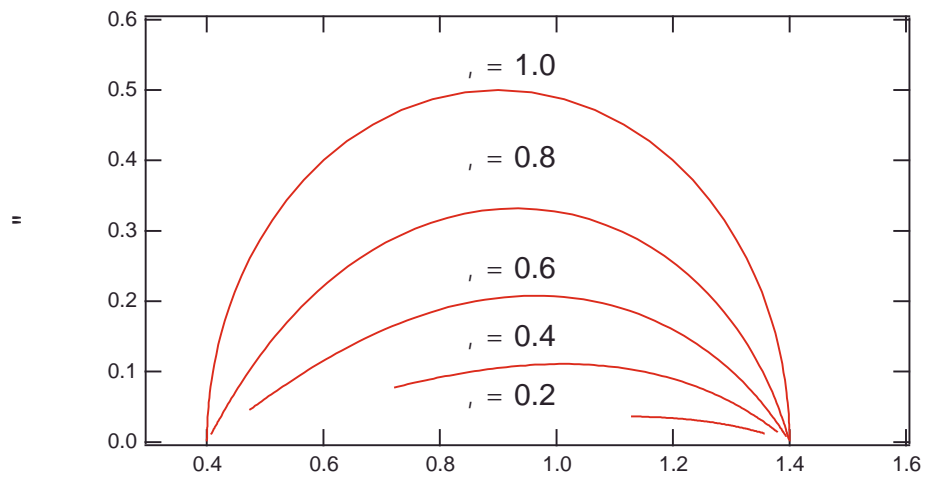
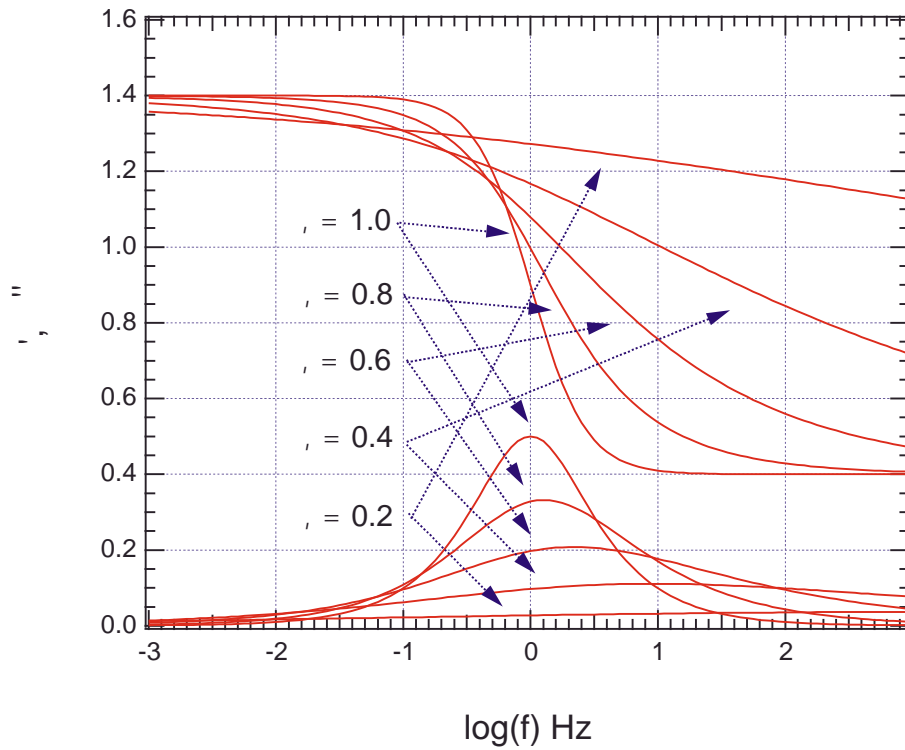
# Davidson-Cole型緩和

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_S - \varepsilon_\infty}{(1 + i\omega T)^\alpha} \quad 0 < \alpha \leq 1$$



# Havriliak-Negami型緩和

$$\epsilon^*(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_S - \epsilon_\infty}{(1 + (i\omega\tau)^\beta)^\alpha} \quad \begin{array}{l} 0 < \alpha \leq 1 \\ 0 < \beta \leq 1 \end{array}$$



## 緩和時間の分布

$$G(\ln \tau) =$$

$$\frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{\beta(1-\alpha)} \sin \beta\theta}{\left\{ \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{2(1-\alpha)} + 2 \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{(1-\alpha)} \cos \pi(1-\alpha) + 1 \right\}^{\frac{\beta}{2}}}$$

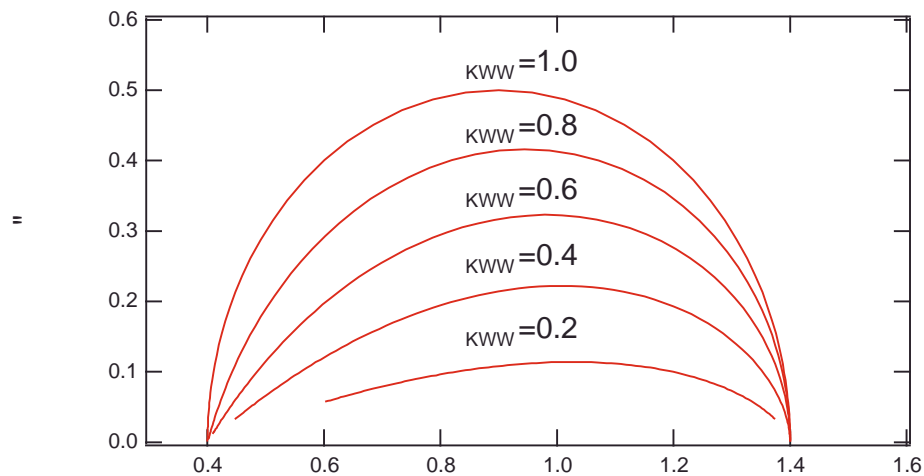
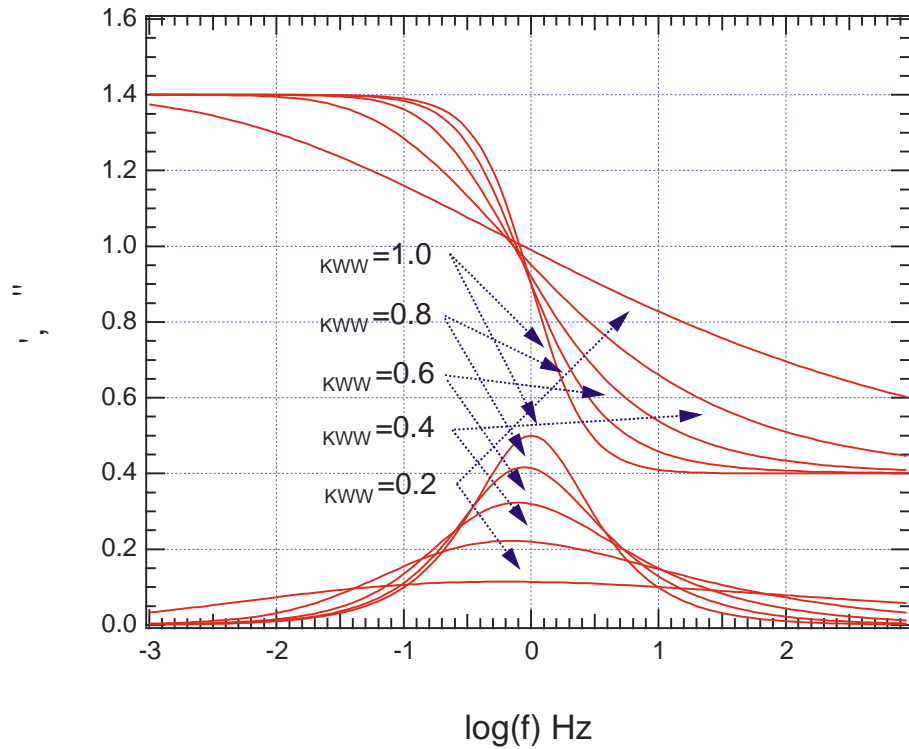
$$\theta = \arctan \left[ \frac{\sin \pi(1-\alpha)}{\frac{\tau}{\tau_0} + \cos \pi(1-\alpha)} \right]$$

周波数領域の式から逆算して求めた。  
分布そのものの形に物理的意味はない。  
(意味がはっきりしているのはDebye型  
すなわち  $\beta=1$ ,  $\alpha=1$  の時のみ)

# KWW型緩和

応答関数がKohraush function

$$\Phi_P^{or}(t) = \exp - \left( \frac{t}{\tau_0} \right)^{\beta_{KWW}}, \quad 0 < \beta_{KWW} \leq 1$$





## KWW緩和の周波数領域の形

定義

$$\frac{\varepsilon^*(\varepsilon) - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty} = \int_0^\infty \left[ -\frac{d\phi(t)}{dt} \right] \exp(-i\omega t) dt$$

$$\lambda = \tau_0^\beta, \quad s = \lambda_0 + i\omega, \quad \lambda_0 \approx 0 \quad \text{とおくと}$$

$$\frac{\varepsilon^*(\varepsilon) - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty} = \beta \lambda \int_0^\infty [\exp(-st)] [\exp(-\lambda t^\beta)] t^{\beta-1} dt$$

$$0 < \beta \leq 0.25 \text{ かつ } -4 \leq \log \omega \tau_0 \leq 4 \quad \text{のとき}$$
$$0.25 < \beta < 1.0 \text{ かつ } -1 \leq \log \omega \tau_0 \leq 4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(\omega \tau)^{n\beta}} \frac{\Gamma(n\beta + 1)}{\Gamma(n + 1)} \left[ \cos n\beta \frac{\pi}{2} - i \sin n\beta \frac{\pi}{2} \right]$$

それ以外の時

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(\omega \tau_0)^{n-1}}{\Gamma(n)} \Gamma\left(\frac{n + \beta - 1}{\beta}\right)$$
$$\times \left[ \cos(n-1) \frac{\pi}{2} + i \sin(n-1) \frac{\pi}{2} \right]$$

# モデルの決め方

分散の数が見てわかる場合

分散の数だけ緩和の個数を入れる

見かけ上分散が1つだがDebyeで合わない

パラメータが少ないものから

複数の分散がある場合

相互作用がより単純なものから、

パラメータの少ないモデルにしてみる

ex. 高分子水溶液

最も高周波側の分散は自由水だから均一と考えられるのでDebye

真ん中は結合水だから、均一な水に近い状態と束縛が強い状態に

わたって分布していると予想されるのでCole-Cole

最低周波数側の分散は高分子そのものだからDavidson ColeやHN式